



马来西亚数学邀请赛

MiMAS MALAYSIA MATHEMATICS INVITATIONAL

学生资料

英文姓名 /Nama/Name		班级 /Kelas/Class	
学校名称 /Nama Sekolah /School Name			

11

2021

高中二年级 ↔ Tingkatan 5 ↔ FORM 5

11

1 小时

ARAHAN/INSTRUCTIONS AND INFORMATION

- 未获监考老师许可之前不可翻开此比赛试卷。
Jangan buka kertas soalan ini sehingga diberitahu oleh cikgu.
Do not open the booklet until told to do so by your teacher.
- 本试卷共有 30 题。
Kertas soalan ini mengandungi 30 soalan.
This question paper consists of 30 questions.
- 题目所提供之图形只是示意图，不一定精准。
Rajah yang mengiringi soalan tidak dilukiskan mengikut skala kecuali dinyatakan.
Diagrams are NOT drawn to scale. They are intended only as aids.
- 不准使用数学表或计算器。
Tidak dibenarkan menggunakan jadual matematik atau kalkulator.
Neither mathematical tables nor calculators may be used.
- 答案请填写在所提供的答案卡上，将您认为正确的圆圈涂满（不是在题本上）。
Catat jawapan dalam kad jawapan yang diberikan, dengan sepenuhnya mewarna lingkaran yang sepadan(bukan dalam kertas soalan).
Record your answers on the answer card provided, by fully colouring the circle matching your answer (not on the question paper).
- 只有正确的答案才能得分。
Markah diberikan untuk jawapan yang betul sahaja.
Marks are awarded for correct answers only.
- 为确保竞赛之公平及公正，MiMAS 主办单位保留要求考生重测之权利。
Pihak MiMAS berhak untuk mengkaji semula keputusan peserta-peserta.
MiMAS reserves the right to reexamine students' results before deciding whether to grant official status to their score.

1-10題, 每題3分

Soalan 1 hingga 10, Setiap soalan 3 markah
Questions 1 to 10, Each question 3 marks

1. 设 θ 为锐角, 且 $\tan\theta = \sqrt{8}$, 则 $\sin\theta \cdot \cos\theta = ?$

Diberi θ ialah sudut tirus, dengan $\tan\theta = \sqrt{8}$, maka $\sin\theta \cdot \cos\theta = ?$

Given θ is an acute angle, where $\tan\theta = \sqrt{8}$, then $\sin\theta \cdot \cos\theta = ?$

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{\sqrt{8}}{8}$ (C) $\frac{\sqrt{8}}{9}$ (D) $\frac{\sqrt{8}}{6}$

2. 设 $\vec{a} = (x+3, 9)$, $\vec{b} = (x-5, -3)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 x 的值为何?

Diberi $\vec{a} = (x+3, 9)$, $\vec{b} = (x-5, -3)$, jika $\vec{a} \parallel \vec{b}$, maka berapakah nilai x ?

Given $\vec{a} = (x+3, 9)$, $\vec{b} = (x-5, -3)$, if $\vec{a} \parallel \vec{b}$, then what is the value of x ?

- (A) 3 (B) 5 (C) -1 (D) -2

3. 一等差数列的第 a 项为 b , 第 b 项为 a , 若 $a \neq b$, 则第 $a+b$ 项为何?

Dalam suatu jangjang aritmetik, sebutan ke- a ialah b , dan sebutan ke- b ialah a , jika $a \neq b$, maka berapakah nilai di sebutan ke- $(a+b)$?

In an arithmetic progression, the a^{th} term is b and the b^{th} term is a . If $a \neq b$, then what is the value of the $(a+b)^{\text{th}}$ term?

- (A) 1 (B) -1 (C) $-(a+b)$ (D) 0

4. 设 $A = \{x \mid x^2 - ax - 4 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$, 若 $A \cap B = \{-1\}$, 则 $3a + 2b = ?$

Diberi $A = \{x \mid x^2 - ax - 4 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$, jika $A \cap B = \{-1\}$, maka $3a + 2b = ?$

Given $A = \{x \mid x^2 - ax - 4 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$, if $A \cap B = \{-1\}$, then $3a + 2b = ?$

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

5. 计算 :
$$\frac{\sin 30^\circ \cos 60^\circ - \sin^2 45^\circ \tan^2 30^\circ + \tan 45^\circ}{\cos^2 45^\circ \tan^2 60^\circ - \sin 60^\circ \cos 30^\circ} = ?$$

Kira :
$$\frac{\sin 30^\circ \cos 60^\circ - \sin^2 45^\circ \tan^2 30^\circ + \tan 45^\circ}{\cos^2 45^\circ \tan^2 60^\circ - \sin 60^\circ \cos 30^\circ} = ?$$

Calculate :
$$\frac{\sin 30^\circ \cos 60^\circ - \sin^2 45^\circ \tan^2 30^\circ + \tan 45^\circ}{\cos^2 45^\circ \tan^2 60^\circ - \sin 60^\circ \cos 30^\circ} = ?$$

- (A) $\frac{13}{16}$ (B) $\frac{12}{13}$ (C) $\frac{13}{12}$ (D) $\frac{13}{9}$

6. 请问下列哪一个选项中的矩阵乘积等于 $\begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$?

Antara pilihan berikut, yang manakah hasil darab matriks sama dengan $\begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$?

In the following options, which is the matrix product which is equal to $\begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$?

- (A) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

7. 箱中有编号分别为 0、1、2、.....、9 的十颗球，随机抽取一球，将球放回后，再随机抽取一球，请问这两球编号相减的绝对值为下列哪一个选项时，其出现的机率最大？

Dalam kotak terdapat 10 biji bola yang telah dilabel 0, 1, 2,, 9, dengan secara rawak mengambil sebiji bola dan meletak balik, kemudian secara rawak mengambil sebiji bola lagi, kebarangkalian paling besar mendapat nilai mutlak yang manakah apabila nombor pada satu bola ditolak dengan nombor pada bola yang satu lagi?

There are ten balls in a box which are labelled 0, 1, 2,, 9. One ball is randomly picked and then returned to the box. Another ball is then randomly picked. Which is the absolute value when the number of one ball is subtracted from the number of another ball will getting the largest probability?

- (A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 5

8. 一线段 \overline{AB} 在 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面上的正射影长分别为 4、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{21}$ ，则 \overline{AB} 的长为何？

Unjuran ortografik bagi satu garis \overline{AB} pada satah xy , yz , zx masing-masing ialah 4, $\sqrt{15}$, $\sqrt{21}$, maka berapakah panjang \overline{AB} ?

The orthogonal projection of one line \overline{AB} on plane xy , yz , zx are 4, $\sqrt{15}$, $\sqrt{21}$ respectively. What is the length of \overline{AB} ?

- (A) 5 (B) $\sqrt{21}$ (C) $\sqrt{26}$ (D) $\sqrt{30}$

9. 计算： $5^3 + 6^3 + 7^3 + \dots + 15^3 = ?$

Kira： $5^3 + 6^3 + 7^3 + \dots + 15^3 = ?$

Calculate： $5^3 + 6^3 + 7^3 + \dots + 15^3 = ?$

- (A) 12600 (B) 13800 (C) 14300 (D) 14750

10. Ada, Bella, Carol 等 6 人排成一列, 若 Ada 在 Bella 之右, 且 Carol 也在 Bella 之右, 请问共有多少种排法?
- Ada, Bella, Carol dan kawan mereka sejumlah 6 orang beratur dalam satu baris, Jika Ada di sebelah kanan Bella dan Carol juga di sebelah Bella, berapakah jumlah cara beratur?
- Ada, Bella, Carol and their friends, 6 people, queued in one line. If Ada is on Bella's right and Carol is also on Bella's right, how many ways are there to queue?
- (A) 144 (B) 162 (C) 210 (D) 240

11-20题, 每题4分

Soalan 11 hingga 20, Setiap soalan 4 markah
Questions 11 to 20, Each question 4 marks

11. 一个边长为 n 的大正方形中, 共有 n^2 个单位正方形, 如果每一个单位正方形的边都恰有一根火柴棒, 则此大正方形共享了 a_n 根火柴棒, 请问 $a_9 = ?$
- Dalam satu segi empat sama besar dengan panjang sisinya n , terdapat n^2 unit segi empat sama. Jika sisi setiap unit segi empat sama juga ada sebatang mancis, maka segi empat sama besar ini ada a_n batang mancis, berapakah nilai $a_9 = ?$
- In a big square with side lengths n , there are n^2 unit squares. If there is a matchstick on each side of each unit square, then the big square has a_n matchsticks. What is the value of $a_9 = ?$
- (A) 144 (B) 180 (C) 162 (D) 200
12. 设 $\overrightarrow{AB} = (2, -1)$, $\overrightarrow{AC} = (1, k)$, 若 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 为直角, 则 k 的值为何?
- Diberi $\overrightarrow{AB} = (2, -1)$, $\overrightarrow{AC} = (1, k)$, jika dalam $\triangle ABC$, $\angle B$ ialah sudut tegak, berapakah nilai k ?
- Given $\overrightarrow{AB} = (2, -1)$, $\overrightarrow{AC} = (1, k)$, if in $\triangle ABC$, $\angle B$ is a right angle, what is the value of k ?
- (A) -3 (B) -2 (C) 1 (D) 2

13. 设 $N = 11^{15}$, 则 N 的百位数字与十位数字之和为何?

Diberi $N = 11^{15}$, berapakah hasil tambah digit di nilai tempat ratus dan digit di nilai tempat puluh bagi N ?

Given $N = 11^{15}$, what is the sum of the digits in the hundreds place value and the tens place value of N ?

- (A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9

14. $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别为 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边长, 若 $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$, 则 $\angle C = ?$

Dalam $\triangle ABC$, a , b , c masing-masing ialah panjang sisi bertentangan bagi $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, jika $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$, maka $\angle C = ?$

In $\triangle ABC$, a , b , c are the opposite side lengths of $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ respectively. If $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$, then $\angle C = ?$

- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

15. 设一等差复数数列的首项是 $2 + 45i$, 公差是 $1 - 3i$, 若此数列的首 n 项之和为 S_n , 则使 S_n 为实数的正整数 n 为何?

Diberi sebutan pertama suatu jangjang aritmetik nombor kompleks ialah $2 + 45i$, beza sepunya ialah $1 - 3i$, jika hasil tambah n sebutan pertama bagi jangjang aritmetik ini ialah S_n , maka berapakah integer positif, n agar S_n ialah nombor nyata?

Given the first term of the complex number of an arithmetic progression is $2 + 45i$ and the common difference is $1 - 3i$. If the sum of the first n terms of this arithmetic progression is S_n , then what is the positive integer n that makes S_n a real number?

- (A) 29 (B) 30 (C) 31 (D) 32

16. $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$, $\overline{AC} = \sqrt{3} - 1$, 且 $\angle A$ 的内角平分线为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为何?

Dalam $\triangle ABC$, $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$, $\overline{AC} = \sqrt{3} - 1$, dengan bisektor sudut pedalaman bagi sudut $\angle A$ ialah $\frac{\sqrt{3}}{3}$, berapakah luas $\triangle ABC$?

In $\triangle ABC$, $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$, $\overline{AC} = \sqrt{3} - 1$, where the interior angles of bisector $\angle A$ is $\frac{\sqrt{3}}{3}$, what is the area of $\triangle ABC$?

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. 整数 x 、 y 、 z 为偶数的机率分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$, 则 $xy + z$ 为奇数的机率为何?

Kebarangkalian nombor bulat, x , y , z ialah nombor genap masing-masing ialah $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, berapakah kebarangkalian $xy + z$ ialah nombor ganjil?

The probability of whole number x , y , z are even numbers are $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ respectively. What is the probability that $xy + z$ is an odd number?

- (A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

18. 设 $\vec{a} = (\sqrt{3}\cos\alpha, \sqrt{3}\sin\alpha, 1)$, $\vec{b} = (-\sin\beta, \cos\beta, 1)$, 若 $\alpha - \beta = 60^\circ$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$

Diberi $\vec{a} = (\sqrt{3}\cos\alpha, \sqrt{3}\sin\alpha, 1)$, $\vec{b} = (-\sin\beta, \cos\beta, 1)$, jika $\alpha - \beta = 60^\circ$, maka $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$

Given $\vec{a} = (\sqrt{3}\cos\alpha, \sqrt{3}\sin\alpha, 1)$, $\vec{b} = (-\sin\beta, \cos\beta, 1)$, if $\alpha - \beta = 60^\circ$, then $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$

- (A) $\frac{7}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) 2

19. 在数轴上有一只青蛙从原点出发，在此数轴上跳动，每次向正方向或负方向跳 1 个单位，跳动过程可重复经过任何一点；若经过 8 次跳动后这只青蛙落在点 +2 处，则这只青蛙共有多少种不同的跳动方法？

Ada seekor katak mula lompat dari asalan pada garis nombor, setiap kali melompat satu unit ke sebelah positif atau sebelah negatif, boleh ulang melompat pada sebarang titik, jika selepas 8 kali lompatan, katak berhenti di titik + 2, maka terdapat berapakah jumlah cara katak melompat?

A frog leaps from a point of origin on a number line. Each leap is one unit to a positive or negative side. The frog can leap repeatedly on any point. After 8 leaps, the frog stopped on + 2 point. How many ways do the frog leap?

- (A) 56 (B) 63 (C) 72 (D) 48

20. Daniel 的读书习惯是：若他在今晚读书，则他明晚有 70% 的机率不读书；若他在今晚不读书，则他明晚有 50% 的机率不读书。若趋于稳定，则长期而言，Daniel 晚上读书的机率为何？

Kebiasaan membaca Daniel ialah: jika malam ini dia membaca, maka kebarangkalian malam keesokannya dia tidak membaca ialah 70%; jika malam ini dia tidak membaca, maka kebarangkalian malam keesokannya dia tidak membaca ialah 50%. Sekiranya ini adalah tetap, dalam jangka masa panjang, berapakah kebarangkalian Daniel membaca pada waktu malam?

Daniel's reading habit is: if he reads tonight there is a 70% probability that he will not read tomorrow night. If he does not read tonight, then there is a 50% probability that he does not read tomorrow night. If this is stable, in the long run, what is the probability that Daniel will read at night?

- (A) $\frac{7}{18}$ (B) $\frac{11}{18}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{7}{12}$

21-30题, 每题5分

Soalan 21 hingga 30, Setiap soalan 5 markah
Questions 21 to 30, Each question 5 marks

21. 一标准骰子掷两回, 第一回掷得的点数为 a , 第二回掷得的点数为 b , 作成二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$, 若二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 有实根的机率为 $\frac{q}{p}$, 其中 p 、 q 为互质的正整数, 则 $p - q =$ _____。

Satu dadu standard dilambung dua kali, lambungan kali pertama memperoleh a mata, dan lambungan kali kedua memperoleh b mata, ditulis dalam persamaan kuadratik, $x^2 + ax + b = 0$, jika kebarangalian persamaan kuadratik $x^2 + ax + b = 0$ ada punca nyata ialah $\frac{q}{p}$, dengan p dan q ialah integer positif perdana secara relative, maka $p - q =$ _____.

A standard dice is thrown twice. In the first throw the point is a and in the second throw the point is b . when written in quadratic equation it is $x^2 + ax + b = 0$. If the probability quadratic equation $x^2 + ax + b = 0$ has real root, which is $\frac{q}{p}$, where p and q are positive integers that are relative prime, then $p - q =$ _____.

22. 已知不等式 $|ax - 3| \leq b$ 的解集为 $[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$, 则 $a + b =$ _____。

Diberi set penyelesaian ketaksamaan $|ax - 3| \leq b$ ialah $[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$, maka $a + b =$ _____

Given the solution set of inequality $|ax - 3| \leq b$ is $[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$, then $a + b =$ _____

23. 有 6 个座位连成一横排, 三人就座, 恰有两个空位相邻的不同排法共有 _____ 种。

6 tempat duduk disusun dalam satu baris, terdapat _____ cara menyusun tempat duduk, jika tiga orang duduk dengan ada dua tempat duduk bersebelahan kosong.

6 seats are arranged in a row. There are _____ ways to arrange the seats, if three people are seated there are two adjacent empty seats on the sides.

24. $\log_2 \sin \frac{\pi}{12} + \log_2 \sin \frac{\pi}{6} + \log_2 \sin \frac{5\pi}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$.

25. 已知方程式 $4x^2 - 5x + m = 0$ 的两根为一直角三角形的两个锐角的正弦, 则 $16m = \underline{\hspace{2cm}}$.

Diberi dua punca bagi persamaan $4x^2 - 5x + m = 0$ ialah sin bagi dua sudut tirus segi tiga bersudut tegak, maka $16m = \underline{\hspace{2cm}}$.

Given the two roots of equation $4x^2 - 5x + m = 0$ are the sine of two acute angles of a right angle triangle, then $16m = \underline{\hspace{2cm}}$.

26. 若 $x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$, 则 $\frac{6x + 3 + \sqrt{x^2 + 8x}}{6x + 3 - \sqrt{x^2 + 8x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

Jika $x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$, maka $\frac{6x + 3 + \sqrt{x^2 + 8x}}{6x + 3 - \sqrt{x^2 + 8x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

If $x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$, then $\frac{6x + 3 + \sqrt{x^2 + 8x}}{6x + 3 - \sqrt{x^2 + 8x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

27. 椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点为 F_1 和 F_2 , 点 P 在椭圆上, 如果 $\overline{PF_1}$ 的中点在 y 轴上, 则 $\overline{PF_1}$ 是 $\overline{PF_2}$ 的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍。

Fokus bujur $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ ialah F_1 dan F_2 , titik P terletak pada bujur jika titik tengah $\overline{PF_1}$ terletak pada paksi y , maka $\overline{PF_1}$ ialah $\underline{\hspace{2cm}}$ kali ganda $\overline{PF_2}$.

The focus of ellipse $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ are F_1 and F_2 , point P is on the ellipse, if mid point $\overline{PF_1}$ is on the y axis, then $\overline{PF_1}$ is $\underline{\hspace{2cm}}$ times $\overline{PF_2}$.

28. 方程式 $2x^2 - 6x - 5\sqrt{x^2 - 3x - 1} - 5 = 0$ 的所有解之和为_____。

Hasil tambah kesemua penyelesaian bagi persamaan $2x^2 - 6x - 5\sqrt{x^2 - 3x - 1} - 5 = 0$ ialah_____。

The sum of all solutions of equation $2x^2 - 6x - 5\sqrt{x^2 - 3x - 1} - 5 = 0$ is_____。

29. 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 是两个相互垂直的单位向量，且 $|\vec{c}| = 13$ ， $\vec{c} \cdot \vec{a} = 3$ ， $\vec{c} \cdot \vec{b} = 4$ ，则对于任意实数 t_1 、 t_2 ， $|\vec{c} - t_1\vec{a} - t_2\vec{b}|$ 的最小值为_____。

Diberi \vec{a} 、 \vec{b} ialah dua unit vektor yang berserenjang, dengan $|\vec{c}| = 13$ ， $\vec{c} \cdot \vec{a} = 3$ ， $\vec{c} \cdot \vec{b} = 4$ ，maka bagi sebarang nombor nyata, t_1 , t_2 , nilai terkecil $|\vec{c} - t_1\vec{a} - t_2\vec{b}|$ ialah _____。

Given \vec{a} 、 \vec{b} are two perpendicular unit vectors, where $|\vec{c}| = 13$ ， $\vec{c} \cdot \vec{a} = 3$ ， $\vec{c} \cdot \vec{b} = 4$ ，then any real numbers, t_1 , t_2 , the smallest value of $|\vec{c} - t_1\vec{a} - t_2\vec{b}|$ is _____。

30. 在长方体 ABCD-A'B'C'D' 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AA'} = \overline{AD} = 4$ ，点 E、F、G 分别为棱 $\overline{AA'}$ 、 $\overline{C'D'}$ 、 \overline{BC} 的中点，则四面体 B'EFG 的体积为_____。

Dalam kuboid ABCD-A'B'C'D'， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AA'} = \overline{AD} = 4$ ，titik E, F dan G masing-masing adalah titik tengah bagi tepi $\overline{AA'}$ ， $\overline{C'D'}$ dan \overline{BC} ，maka luas tetrahedron B'EFG ialah_____。

In cuboid ABCD-A'B'C'D'， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AA'} = \overline{AD} = 4$ ，point E, F and G respectively are the mid points of sides $\overline{AA'}$ ， $\overline{C'D'}$ and \overline{BC} 。The area of tetrahedron B'EFG is_____。

本试卷共有 12 页（包括本页）

Kertas ujian ini mempunyai 12 halaman (termasuk halaman ini)

This test paper has 12 pages (including this page)